

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ

DOI: 10.18572/2686-8598-2019-2-2-40-56

Сидняев Н.И.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва 105005, Россия
sidnyaev@yandex.ru

Аннотация: Представлены результаты исследований, связанных с изучением основных явлений подводного взрыва. Излагаются основные явления воздействия подводного взрыва на гидродинамику. Показано, что характер распространения возмущения зависит от физических и химических свойств взрывчатого вещества. Получены уравнения движения сжимаемой жидкости в различной формулировке для интегрирования внутри объема, ограниченного фронтом ударной волны и поверхностью волны разрежения, которая следует за волной сжатия на некотором удалении. Волны сжатия и разрежения пересекаются на свободной морской поверхности, в окрестности которой выполняются условия быстрого расширения. Граничные условия выведены из уравнений сохранения массы, количества движения и энергии.

Ключевые слова: ударная волна, граничные условия, сжатие, морская поверхность.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF UNSTEADY HYDRODYNAMICS IN UNDERWATER EXPLOSION

Sidnyaev N.I.

Bauman Moscow State Technical University
sidnyaev@yandex.ru

Abstract: Presents the results of research related to the study of major phenomena of the underwater explosion. Outlines the basic phenomena of the impacts of underwater explosion on the hydrodynamics. It is shown that the nature of the perturbation distribution depends on the physical and chemical properties of explosives. The equations of motion of compressible fluids in different wording for integration within the volume bounded by the front of the shock wave and the surface wave of depression that follows the wave of compression at some distance. Waves of compression and rarefaction intersect at the free sea surface, in the vicinity of which the conditions of rapid expansion. The boundary conditions are derived from the equations of conservation of mass, momentum and energy.

Key words: heat-mass transfer, thermal convection, stratification of water, buoyancy, density, turbulent flow.

ВВЕДЕНИЕ

В статье излагаются основные явления воздействия подводного взрыва на гидродинамику в их реальной последовательности [1-3]. Взрыв рассматривается как химическая реакция в веществе, в результате которой оно превращается в газ при весьма высоких температуре и давлений [4-6]. Реакция происходит очень быстро и сопровождается выделением большого количества тепла. Температура газов равняется примерно 3000 °С, а давление достигает 50 000 атм. Таким образом, любое твердое или газообразное взрывчатое вещество представляет собой неустойчивое соединение, подвергающееся при возникновении химической реакции таким химическим изменениям, в результате которых происходит его превращение в более устойчивое вещество. Возникновение реакции этого типа может быть осуществлено путем концентрации в некоторой точке вещества количества энергии, достаточного для выделения реакции (Сидняев, 2013). В большинстве случаев, полученное тепло воздействует на небольшое количество особо чувствительного вещества. Реакция этого вещества, в свою очередь, приводит к инициированию реакции в основной массе взрывчатого вещества. Если реакция началась, то величина тепловой энергии и образовавшееся давление оказываются достаточными для возникновения взрывной реакции в прилегающих слоях взрывчатого вещества; следовательно, реакция распространяется по всему веществу (Сидняев и Гордеева, 2015). Характер распространения возмущения зависит от физических и химических свойств вещества и от таких внешних физических факторов, как свойства окружающей среды. Можно установить два основных типа распространения реакции. Наиболее важным из них (в смысле возникновения разрушений на объекте подводной части объектов морского базирования) является процесс детонации, при котором химическое превращение протекает столь стремительно, что скорость его совпадает со скоростью распространения физического возмущения, возникающего при реакции (Коул, 1950). Возникновение реакции этого типа происходит в очень тонком слое между веществом в его исходном состоянии и продуктами взрыва, находящимися при высоких значениях температуры и давления. Этот резкий, стремительно продвигающийся разрыв известен под названием «детонационной волны», которая движется во взрывчатом веществе со скоростью нескольких тысяч метров в секунду (Коробейников и Христофоров, 1976). С другой стороны, химическая реакция может протекать более медленно; в этом случае развитие реакции не сопровождается продвижением физического возмущения давления и последующим движением потока за поверхностью разрыва (Кедринский, 2000).

Два типа изменения состояния вещества - детонация и горение - соответствуют двум основным группам боевых взрывчатых веществ, а именно: бризантные взрывчатые вещества типа тротила, которые детонируют при большом и стремительном выделении тепла и используются в глубинных бомбах и боевых зарядных отделениях торпед, для нанесения разрушений морским объектам, и реактивные топлива, такие, как, например, пороха, при горении которых происходит постепенное повышение давления; как следует из самого их названия, эти вещества используются для приведения в движение снарядов, ракет, самолетов и т. д. (Орленко, 2006). При исследовании явлений, возникающих в результате взрыва под водой (Замышляев и Яковлев, 1967), процесс детонации взрывчатого вещества представляет главным образом интерес с точки зрения определения физических условий на границе между взрывчатым веществом и окружающей водой подводной части морского комплекса. В результате взрыва, исходная масса взрывчатого вещества превращается в весьма горячую массу газа, находящегося

под колоссальным давлением. Совершенно очевидно, что эти газы не могут не оказывать воздействия на объекты морских объектов. Если такой средой является вода, то необходимо изучение тех изменений, которые происходят именно в воде в результате воздействия особых сил или смещений, характерных для процесса взрыва. Если вода рассматривается как однородная жидкость, в которой отсутствуют касательные напряжения, то изменения объема среды будут зависеть от смещения его границ под действием потока (Куликовский, 2003). Кроме того, изменения давления, действующего на определенную массу жидкости, приводят к ее сжатию, изменению объема. Сжимаемость воды приводит к заключению, что давление, приложенное к определенному участку среды, будет передаваться на другие ее точки в виде волнового движения, обладающего конечной, но большой скоростью; распространение волны вызывает местное движение воды и изменение давления. Если давление достаточно мало, то скорость распространения волны практически не зависит от величины давления и равна примерно 1494 м/с при температуре морской воды 18 °С. Это физическое состояние осуществляется при распространении звука в воде, однако изменения температуры и давления вызывают изменение скорости волны. Если происходит одномерное движение потока, которое приводит к возникновению плоских волн, то амплитуда и форма волны в процессе движения не подвергаются значительным изменениям. Однако если волны распространяются от сферического источника, то их амплитуда уменьшается с увеличением расстояния от источника; движение воды видоизменяется под влиянием изменения разности давления, возникающей в результате сферической дивергенции. Это явление известно под названием волны течения запаздывающего потока. В области воды, окружающей место взрыва, давления настолько велики, что уже нельзя считать скорость волны, не зависящей от давления. С точки зрения физики, возникновение этого явления связано с тем, что форма волны зависит от величины явления и смещения воды по мере распространения волны (Галкин и др. 1987). Для волн конечной амплитуды эти осложнения приводят к более сложным математическим выражениям, по сравнению с теми, которые используются при изучении распространения волн малой амплитуды (Когарко и др. 1965). С другой стороны, если возмущения, воздействующие на воду, изменяются настолько медленно, что состояние движения воды может прийти в соответствие с этим возмущением до того, как последнее заметно изменится, то это может быть достаточным основанием для полного пренебрежения распространением волн, в результате которого возникло движение воды. Тогда воду может рассматривать как несжимаемую среду, в которой возмущение мгновенно распространяется во все точки жидкости. При детонации в воде сосредоточенного заряда взрывчатого вещества продукты взрыва, расширяясь, образуют газовый пузырь и сферическую ударную волну (Николаевский, 1974). Давление в ударной волне при ее распространении быстро падает, а скорость уменьшается до скорости звука. Газовый пузырь пульсирует, излучая волны сжатия и всплывая на поверхность. Давление первого максимума пульсации несколько меньше давления на фронте ударной волны. При первой пульсации в основную волну излучается около 60 % всей энергии взрыва, при второй - до 25 % и при третьей - около 8 %. Импульс волны при второй пульсации на полпорядка меньше, чем при первой. Перед фронтом детонационной волны вещество является совершенно тем же, что и до возникновения взрыва, в то время как сзади фронта детонационной волны оно превращается в газ при давлении от десяти до ста тысяч атмосфер и при температуре в несколько тысяч градусов. Когда фронт детонации достигает границы между зарядом и водой, давление сообщается воде и возникает интенсивная волна сжатия, распространяющаяся в воде от места взрыва. Если бы давление не было очень

велико, эта волна была бы обычной звуковой волной. Однако, вследствие большой амплитуды, эта волна во многих отношениях отличается от обычной звуковой волны и называется ударной волной (Яковлев, 1961). Ударная волна характеризуется почти разрывным возрастанием давления до большого значения перед фронтом, который придвигается со скоростью, превышающей обычную скорость звука. Давление в ударной волне, возникающей при взрыве, очень быстро падает позади ударного фронта и по истечении времени, за которое ударная волна распространяется на расстояние порядка десяти градусов начальной массы заряда, она становится возмущением, распространяющимся от места взрыва и практически не зависящим от движения воды и газов в области, близкой к центру взрыва (Христофоров, 1994). Хотя на этих поздних стадиях развития движение полости, заполненной газами и прилегающей водой, не будет больше влиять на основную часть ударной волны, оно ни в коем случае не может считаться несущественным (Паркин, 1979). Давление в газовой полости, которую будем в дальнейшем называть пузырьем, остается большим, и прилегающая вода отбрасывается наружу с очень большой скоростью. Вследствие инерции воды это движение продолжается долго после того, как газовое давление, вызвавшее это движение, становится пренебрежимо малым. При расширении газового пузыря давление в нем падает и, в конце концов, становится много меньше нормального гидростатического давления в окружающей воде. Избыток внешнего давления, в конце концов, останавливает расширение пузыря, но не раньше, чем радиус пузыря станет в несколько десятков раз больше начального радиуса заряда (Blake and Gibson, 1981). После этого начинается сжатие и опять, вследствие инерции воды, пузырь переходит через равновесное значение радиуса и сжатие не останавливается до тех пор, пока в пузыре, содержащем газ, не создастся вновь очень высокое давление. До затухания колебаний может иметь место несколько циклов расширения и сжатия. Период таких колебаний газового пузыря по порядку величины в тысячу раз больше длительности импульса давления, возникающего при прохождении фронта ударной волны в некоторой точке водной среды; обычно он имеет длительность порядка от 1/30 до 1 с, в зависимости от размера заряда и глубины его погружения. При каждом сжатии в водную среду посылаются новая волна давления - так называемые «вторичные импульсы», которые во много раз слабее, чем ударная волна, однако, поскольку длительность их во много раз больше, они могут содержать больший импульс и сравнимое, хотя и меньшее, количество энергии (Hall and Holt, 1975).

Большинство обычных применяемых бризантных веществ очень сходны друг с другом в отношении количества энергии, освобождаемого при взрыве на единицу массы, и той доли энергии, которая передается ударной волне и колебаниям пузыря. Из полной работы, производимой газом при его первоначальном расширении, около 40 или 50 % остается в виде кинетической и потенциальной энергии колебаний газового пузыря и окружающей воды; часть этой энергии, в конце концов, превращается в тепло благодаря рассеянию вблизи пузыря и часть излучается в виде звуковой энергии вторичных импульсов. Остающиеся 50 или 60 % начальной энергии на любой стадии процесса делятся между энергией в ударной волне и энергией, которая превращается в тепловую вследствие диссипативных процессов, происходящих во фронте ударной волны. Эти диссипативные процессы особенно интенсивны на ранних стадиях явления; когда ударная волна пройдет расстояние порядка десяти или двадцати радиусов заряда, около четверти первоначальной энергии превращается в тепловую, и остающаяся четверть продолжает распространяться дальше в ударной волне (Falade and Holt, 1978). После этого рассеяние энергии идет значительно медленнее, хотя им и нельзя пренебречь. Если расстояние не слишком

велико, интенсивность и форма ударной волны и многие признаки колебаний газового пузыря могут быть указаны точно для любого количества взрывчатого вещества, если они известны для другого количества того же взрывчатого вещества. Предположим, что произведены два эксперимента с одним и тем же взрывчатым веществом, причем форма заряда и положение детонатора одинаковы в обоих случаях, но линейные размеры второго заряда в p раз больше чем первого. Тогда существует следующее правило: если в первом случае давление и скорость в воде на расстоянии g отрыва были, соответственно, p и i и в момент времени t после начала детонации, то те же значения p и i будут получены во втором случае на расстоянии pg в момент времени t после детонации.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ УДАРНЫХ ВОЛН

Давления, возникающие при взрыве, настолько велики, что в ряде случаев можно пренебречь прочностными и пластическими свойствами среды и силами трения по сравнению с инерционными силами. Если при этом также пренебречь сжимаемостью среды, то получается модель идеальной несжимаемой жидкости. Расчеты действия взрыва в рамках этой модели иногда дают очень хорошее совпадение с экспериментальными данными, например в теории кумуляции (Орленко, 2006). В других случаях с помощью гидродинамики удастся рассчитать общие черты явления с тем, чтобы в дальнейшем уточнить их, принимая во внимание неидеальность и сжимаемость реальной среды. Наконец, с помощью гидродинамических представлений удастся предсказать принципиально новые практические схемы взрывания.

После прохождения волн сжатия происходят разрежения движения жидкости, которые обусловлены динамикой пульсирующей газонаполненной полости, содержащей продукта взрыва, вблизи свободной поверхности, особенности движения свободной поверхности океана, границ полости определяются глубиной погружения заряда, энергией взрыва и т.д. В работе (Gelfand, 2001) проведены экспериментальные исследования динамики паровой полости, образующейся при разряде конденсатора, вблизи границы раздела «вода-воздух». На рис. 1 представлена кинограмма процесса при погружении заряда на h . Показано, что по мере приближения центра полости к свободной поверхности возрастают возмущения как на поверхности, так и на границе

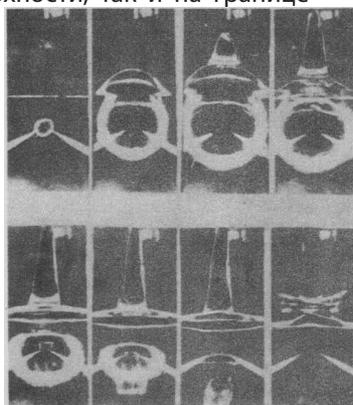


Рис. 1. Кинограмма схлопывания воздушной полости, инициированной искровым разрядом вблизи свободной поверхности. Относительное погружение $R/h = 1,25$; $t = 0,16; 5,6; 12,8; 16,8; 22,2; 25,8; 28,2; 48$ мс

паровой полости. Отмечено, что на стадии расширения полости ее верхняя часть притягивается к свободной поверхности, на стадии схлопывания деформированная часть границы пузыря образует микрострую жидкости, направленную внутрь полости. На свободной поверхности образуется мощный всплеск, время существования которого значительно превышает время схлопывания полости. Математическая модель, позволяющая рассчитывать динамику границ полости при различных начальных условиях. Подрыв заряда, расположенного на незначительной глубине, приводит к образованию низкочастотных гравитационных волн на поверхности океана, которые являются предметом исследования в работах (Charman, 1969; Jensen, 1974).

Сравнение спектральных характеристик поверхностных волн при ядерном подводном взрыве и при подводном землетрясении (цунами) показывает, что дисперсия волнового пакета не зависит от природы источника возмущений. Амплитуда волн в таких случаях снижается по мере удаления от центра взрыва по закону наличие мелких островов на пути распространения волн приводит к значительному их рассеиванию. Здесь R - расстояние от центра взрыва до точки наблюдения.

Вопросы моделирования волнового движения жидкости при подводном взрыве в лабораторных условиях рассматриваются в работе (Dubesset and Lavergue, 1968), адекватное моделирование позволяет использовать экспериментальные данные, полученные при взрыве малых порций химического взрывчатого вещества (ВВ), для приближенного анализа спектральных характеристик океанических волн, образующихся при подводном ядерном взрыве.

При подводном взрыве около 60 % всей энергии рассеивается в форме ударной волны и теплового излучения, остаток энергии посредством пульсаций газовой полости, содержащей продукты взрыва, преобразуется в волновое движение свободной поверхности океана. Если масса заряда ВВ фиксирована, то волны максимальной амплитуды образуются в случае, когда глубина h погружения заряда приблизительно равна максимальному радиусу пульсирующего пузыря. После соответствующего интегрирования получается соотношение, связывающее полную энергию взрыва E и глубину погружения заряда h для максимальной амплитуды волн, т.е.

$$\frac{4}{3} \pi h^3 \rho g (h + Z) = 0,4E, \quad (1)$$

где Z - атмосферное давление, выраженное через высоту водяного столба. Масштабы моделирования, позволяющие пересчитывать характеристики явления при переходе от лабораторных условий к натурным, должны связывать энергию зарядов E и глубину погружения. Пусть $n^3 = E_2/E_1$ есть масштаб моделирования мощности заряда, тогда требуется найти значение параметра $m = h_2/h_1$, при котором получается подобие волнового движения на поверхности моря. Так как испытания проводятся на открытом водоеме или бассейне, то атмосферное давление $Z = \text{const}$. В этих условиях возможны только частные решения уравнения (1), справедливые при некоторых упрощающих предположениях. В случае мелкомасштабного моделирования мощных подводных взрывов имеет место соотношение

$$m = n^{\frac{3}{4}} \left(\frac{Z}{h_1} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (2)$$

где индекс «1» означает лабораторные условия, индекс «2» - натурные испытания. В случае двух серий мелкомасштабных лабораторных испытаний, когда $h_1 \leq Z$ и $h_2 \leq Z$ получается $m \sim n$. В статье (Христофоров, 1994) изложен механический метод воз-

буждения волнового движения свободной поверхности воды, обладающего такими же частотно-амплитудными и дисперсионными характеристиками, какие наблюдаются при подводном взрыве. Для этих целей используется быстрое вертикальное погружение в воду или удаление от воды поплавка, нижняя поверхность которого имеет форму параболоида вращения. Установлено, что:

- 1) быстрое погружение поплавка имитирует волнообразование при надводном, поверхностном или подводном взрыве на мелководье;
- 2) быстрое удаление поплавка имитирует подводный взрыв на оптимальной глубине, соответствующей волнообразованию с максимальной амплитудой;
- 3) полный цикл, состоящий из быстрого погружения с последующим удалением поплавка, имитирует высотный надводный взрыв большой мощности;
- 4) полный цикл, состоящий из быстрого удаления с последующим погружением, имитирует глубоководный взрыв большой мощности.

На рис. 2 представлены схемы дисперсионных характеристик волнового движения свободной поверхности моря от времени в точках, удаленных от эпицентра на различное расстояние. В таких случаях решение уравнений гидродинамики несжимаемой жидкости вместе с граничными условиями (постоянное давление на поверхности и отсутствие возмущений на большой глубине) показывает, что $A(z) = A_0 \exp(-kz)$, где A_0 - амплитуда смещения по-верхности. При этом каждая частица жидкости движется по окружности, радиус которой равен $A(z)$ (см. рис. 2,а). Таким образом, колебания затухают в глубь жидкости по экспоненте, и тем быстрее, чем короче волна (больше k). Величины ω и k связаны дисперсионным уравнением $\omega = \sqrt{gk + \sigma k^3 / \rho}$, где ρ - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения; σ - коэффициент поверхностного натяжения. Из этой формулы определяются фазовая скорость $v_\phi = \omega / k$, с которой движется точка с фиксированной фазой (например, вершина волны), и групповая скорость $v_{gr} = \omega / dk$ - скорость движения энергии. Обе эти скорости в зависимости от k (или длины волны $\lambda = 2\pi / k$) имеют минимум; так, минимальное значение фазовой скорости волн на чистой (лишенной загрязняющих пленок, влияющих на поверхностное натяжение) воде достигается при $\lambda \approx 0,017$ м и равно 0,23 м/с. Волны гораздо меньшей длины называют капиллярными, а более длинные - гравитационными, так как на их распространение преимущественное влияние оказывают, соответственно, силы поверхностного натяжения и тяжести (см. рис. 2,б). Для чисто гравитационных волн $v_\phi = 2v_{gr} = g / \omega$. В смешанном случае говорят о гравитационно-капиллярных волнах

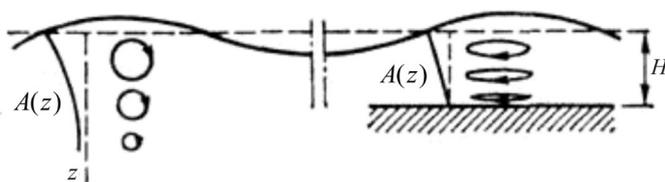


Рис. 2. Траектории движения частиц воды в синусоидальной волне:
а - на глубокой, б - на мелкой воде

В общем случае на характеристики волн влияет полная глубина жидкости $h = H$. Если вертикальные смещения жидкости у дна равны нулю (жесткое дно), то в плоской синусоидальной волне амплитуда колебаний меняется по закону: $A_0 = \text{Sh}k(H - z) / \text{Sh}kH$, а дисперсионное уравнение волн в водоеме конечной глубины (без учета вращения Земли) имеет вид $\omega = \sqrt{(gk + \sigma k^2 / \rho) \text{tn} kH}$. Для коротких волн $kH \gg 1$ это уравнение совпадает с основным. Для длинных волн, или волн на мелкой воде $kH \ll 1$

если можно пренебречь эффектами капиллярности (для длинных волн они обычно существенны только в случае тонких пленок жидкости), оно приобретает вид $\omega = k\sqrt{gH}$. В такой волне фазовая и групповая скорости равны одной и той же величине $v = \sqrt{gH}$, не зависящей от частоты. Это значение скорости наибольшее для гравитационных волн в данном водоеме; в самом глубоком месте океана ($H = 11$ км) оно примерно равно 330 м/с. Движение частиц в длинной волне происходит по эллипсам, сильно вытянутым в горизонтальном направлении, причем амплитуда горизонтальных движений частиц почти одинакова по всей глубине.

В работе (Song et al., 2011) получена замкнутая система уравнений, позволяющая определить характеристики волнового движения жидкости, при заданных заглублении заряда h , глубине океана H и энергии взрыва E . Анализ распространения ударной волны от точки взрыва и отраженной волны разрежения от свободной поверхности в соответствии с методикой работы (Hosseini et al., 2000) позволяет определить радиальное распределение избыточного давления $p(r, t)$, тогда приложенный импульс давления и его преобразование Ганкеля нулевого порядка равны:

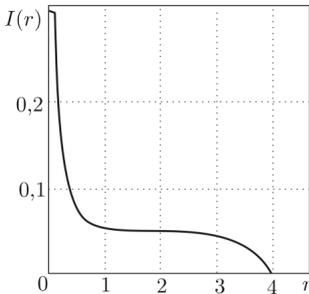
$$I(r) = \int_0^{t_0} p(r, t) dt; \quad \tilde{I}(\sigma) = \int_0^{\infty} I(r) J_0(\sigma r) r dr, \quad (3)$$

где верхний предел интегрирования по времени представлен в виде

$$t_0 = r^2 \left(\frac{E}{\rho} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Здесь r - радиус-вектор от эпицентра взрыва. Волновое движение жидкости описывается решением

$$\eta(r, t) = -\frac{1}{\rho g^2} \lim_{y \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \tilde{\delta}^2 I(\sigma) [\text{th}(\sigma H)]^{\frac{1}{2}} \text{sh}(\sigma H) \text{ch}(y + H) \sin [g \sigma \text{th}(\sigma H)]^{\frac{1}{2}} t J_0(\sigma r) d\sigma, \quad (5)$$



где η – вертикальное смещение свободной поверхности; y – вертикальна координата, отсчитываемая от невозмущенного уровня.

Рис. 3. Распределение импульса в случае погружения заряда ВВ на глубину 0,61 м

На рис. 3 представлено распределение импульса избыточного давления при поверхностном взрыве и колебания свободной поверхности моря на удалении $\bar{r} = 80$ (все величины приведены к безразмерному виду относительно некоторого выбранного заглубления заряда $h^* = 1,37$ м, скорости фронта ударной волны U_h в точке касания свободной поверхности при подрыве заряда на глубине h^* и плотности жидкости ρ)

На рис. 4 показано изменение высоты поверхностных волн от времени. Последовательное изменение заглубления заряда $h = 0,15$ м и $h = 0,61$ м приводит к существенному изменению распределения импульса и волнового движения свободной поверхности в точке $\bar{r} = 80$.

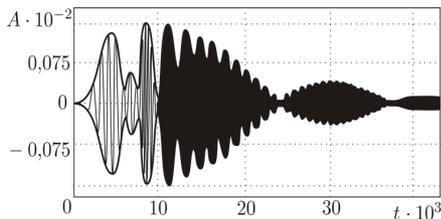


Рис. 4. Изменение высоты поверхностных волн от времени при $r = 80$ и $h1 = 0,15$ м в случае поверхностного взрыва

При неполном погружении заряда находится эволюционное движение кратера, возникаю-

щего после взрыва, пространственно-временное распределение избыточного давления по свободной поверхности жидкости. При заглублении центра заряда, равном половине его радиуса, импульс давлений будет максимальным, что приводит к волнообразованию с максимальной амплитудой.

Исследования показали, что изменения пикового давления P_m , потока импульса I_{sh} и потока энергии e_{sh} на фронте ударной волны вдоль радиуса-вектора R при взрыве детонатора равны соответственно: $P_m = 36,2 \cdot 10^5 R^{-1,13}$ Па, $I_{sh} = 63,4$ Н/м, $e_{sh} = 60,1 R^{-2,06}$ Дж/м².

Определена зависимость максимального давления в пузыре P_1 от начального значения диаметра d_0 и удаления R . Исследовано влияние диаметра d_0 и удаления R на величину ко-эфицента поглощения энергии пульсирующим пузырем. Энергия, которая поглощается пульсирующим пузырем в течении первого периода, оценивается из соотношения:

$$E = \frac{\pi}{6} d_0^3 \frac{P_0}{k-1} \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (6)$$

Здесь предполагается, что $P_0 = 0,1$ МПа, $k = 1,4$. Коэффициент поглощения энергии определяется как отношение энергии, поглощенной единицей площади миделевого сечения пузыря $e = 4E/\pi d_0^2$, к потоку энергии в фронте ударной волны e_{sh} . На рис. 5 приведены данные о зависимости e/e_{sh} от удаления R при различных значениях диаметра d_0 . Наблюдается максимум зависимости при $R \cong 0,6$ м для пузырей больших размеров. Величина $e/e_{sh} > 10$, что означает полное поглощение энергии с участка фронта ударной волны, площадь которого многократно превышает площадь диаметрального сечения пузыря.

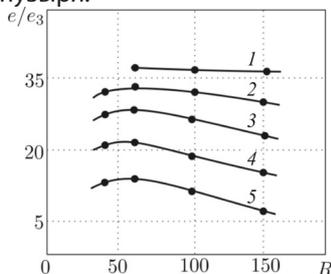


Рис. 5. Зависимость относительной энергии поглощения от расстояния удаления от точки взрыва при различных значениях диаметра пузыря: 1 - $d_0 = 0,01$ м; 2 - $d_0 = 0,012$ м; 3 - $d_0 = 0,015$ м; 4 - $d_0 = 0,02$ м; 5 - $d_0 = 0,03$ м

Динамика газопарового пузыря в идеальной жидкости при прохождении фронта ударной волны аналитически исследуется в работе (Сидняев, Гордеева, 2015), рис. 6. Полагается, что поверхность пузыря симметрична относительно нормали и фронту волны, деформации $\xi(\theta, t)$ малы относительно текущего радиуса полости. В сферической системе координат, связанной с центром полости, ее поверхность задается разложением по сферическим функциям в виде

$$F(r, \theta, t) = r - R(t) - \xi(\theta, t) = r - R(t) - \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n(t) P_n(\cos \theta) = 0. \quad (7)$$

Анализ кинематических и динамических условий на свободной поверхности пузыря,

линеаризованных относительно малых деформаций $\xi(\theta, t)$ в окрестности невозмущенной сферической границы $R(t)$, приводит к системе дифференциальных уравнений для скорости перемещения $u(t)$ центра полости, объемных колебаний $R(t)$ и возмущений $\xi_n(t)$

$$\begin{aligned} \dot{u}(5R^2 - 9R\xi_2) + u(15\dot{R}R - 18\dot{R}\xi_2 - 9R\dot{\xi}_2) &= 0; \\ \ddot{R}R + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \frac{1}{\rho}(p_n - p_0) + 2\frac{\sigma}{\rho}\frac{1}{R} - \frac{1}{4}u^2 + \frac{3}{10}u^2\frac{\xi_2}{R} &= 0; \\ \frac{2}{n+1}R(R\ddot{\xi}_n + 3\dot{R}\dot{\xi}_n) + 4\xi_n\left[\frac{n+3}{2n+2}\ddot{R}R + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \frac{p_n - p_0}{\rho} + \right. & \\ \left. + \frac{n^2 + n + 2}{2}\frac{\sigma}{\rho R}\right] + \dot{u}\left(\frac{3n}{2n-1}\xi_{n-1} - \frac{3n}{2n+3}\xi_{n+1}\right)R + & \\ + u^2\frac{9n(n-1)^2(n+2)}{2(2n+3)(2n+5)}\xi_{n+2} + 3u\left(2\dot{R}\xi_{n-1} + R\dot{\xi}_{n-1} - \frac{2n+1}{2n+3}R\dot{\xi}_{n+1}\right) - & \\ - \left[\frac{(n+6)(n+1)^2}{(2n+1)(2n+3)} + \frac{n(17n^2 - 22n + 9)}{(2n-1)(2n+1)}\right]\frac{u^2}{2}\xi_n + \frac{3}{2}u^2\delta_{n2} &= 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Существует обширная литература, в которой теоретическим и экспериментальным путем исследуется динамика газовой полости вблизи твердой стенки, эти исследования направлены на изучение кавитационной эрозии конструктивных материалов. Мелкие паровые пузырьки в жидкости образуются вследствие различных причин -растяжение жидкости при обтекании криволинейных поверхностей, кипение при пониженном давлении, акустическое воздействие и т.д. (Gelfand, 2001). В указанной работе приводятся результаты, в которых используется взрывоподобный метод формирования воздушных полостей вблизи стенки.

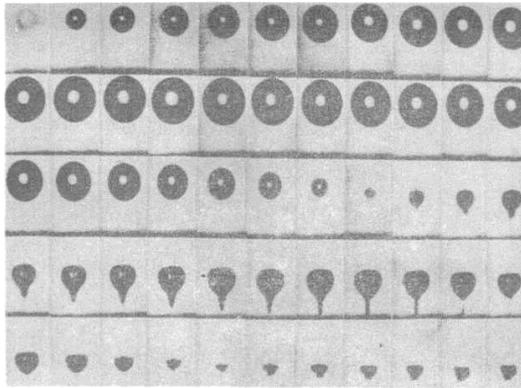


Рис. 6. Кинограмма формирования и схлопывания пузырька вблизи твердой стенки на удалении $h = 0,005$ м

Динамика газовой полости, образованной сфокусированным импульсным лучом рубинового лазера в дистиллированной воде вблизи твердой стенки, исследуется в работе (Hosseini et. al., 2000). Основным элементом экспериментального оборудования является рубиновый лазер с диаметром луча ~ 1 мм при длительности импульса 30-50 мс и полной энергией одного импульса до 1 Дж. Лазерный луч фокусируется в заданной точке водного объема посредством линзы с фокусным расстоянием $\sim 0,128$ м. Регистрация динамики парового пузырька осуществляется с помощью ско-

ростной киносъемки (см. рис. 6), частота кадров до 106 кадр/с.

На рис. 6 представлена кинограмма формирования и схлопывания пузырька вблизи твердой стенки (на удалении $h = 0,049$ м), максимальный диаметр пузырька равен 0,04 м. На этапе схлопывания верхняя часть свободной поверхности пузырька (удаленная от твердой стенки) деформируется и образует высокоскоростную струйку жидкости, которая ударяет по твердой стенке и вызывает ее эрозию.

Детальное исследование ударно-волновых и гидродинамических процессов, наблюдающихся при схлопывании газового пузырька вблизи твердой стенки, проведено в работе (Chahine, 1977). Кавитационный пузырек образуется при искровом разряде в жидкости, схема установки показана на рис. 6. Рабочая камера с жидкостью выполнена из толстостенной цилиндрической трубы с внутренним диаметром 400 мм, снабженной круглыми окнами для наблюдений. Искровой разряд батареи конденсаторов (емкость $C = 8$ мФ, максимальное напряжение $U = 30$ кВ, полная энергия заряженной батареи $E = 3,6$ кДж) осуществляется через цепь разряда, схема которой представлена в работе (Ballaus and Holt, 1974). В работе (Коул, 1950) получены кинограммы движения паровых пузырьков, расположенных на различном удалении $h = 0,06-0,10$ м от твердой стенки на фазе схлопывания, время под каждым кадром соответствует интервалу от момента искрового разряда. Кинограммы фиксируют пульсации пузырьков от максимального радиуса до полного схлопывания с последующим вторичным расширением, перемещение центра пузырька и его деформация тем значительнее, чем ближе расположена твердая стенка к точке искрового разряда.

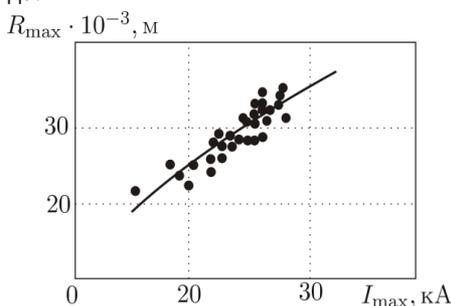


Рис. 7. Зависимость радиуса пузырьков от максимальной величины тока разряда ($C = 0,5$ мФ, $V_c = 2,5$ кВ)

На рис. 7 показаны графики зависимости максимального радиуса пузырька R_{\max} от силы тока I_{\max} в разряде и периода пульсаций T_c пузырька от радиуса R_{\max} в случае бесконечно удаленной стенки зависимость $T_c(R_{\max})$ имеет линейный характер.

В работе (Chahine, 1977) приведены теньевые фотографии ударных волн, образующихся в момент полного схлопывания кавитационного пузырька при различных удалениях от твердой стенки. Установлено, что начальная скорость распространения ударной волны (ее интенсивность) возрастает по мере удаления пузырька от стенки (максимум достигается при $h \rightarrow \infty$).

В случае, когда $h \leq R_{\max}$, интенсивность волны сжатия убывает, так как сильная деформация поверхности пузырька приводит к образованию кумулятивной струйки и схлопыванию пузырька не в точке, а на не-котром рассредоточенном пространстве, наличие распределенных источников ударных волн приводит к ослаблению общего фронта ударной волны.

В работе (Gelfand, 2001) теоретически исследуется проблема распространения в двумерном слое воды конечной глубины, имеющем твердое полностью погруженное препятствие на дне в виде полуцилиндра интенсивной ударной волны от подводного взрыва. Сформулированы условия отражения волны сжатия от свободной границы слоя и твердой нижней поверхности, рассеяния ударных волн друг от друга.

В криволинейной системе координат (α, β) , связанной с текущим положением фронта ударной волны, сформулированы условия дифракции волны на цилиндре (Song et. al., 2011). Из геометрических соображений для последовательного перемещения

фронта волны и фиксированных, ортогональных к фронту лучей справедливы соотношения:

$$M \frac{\partial \theta}{\partial \beta} = \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad \frac{\partial M}{\partial \beta} = -A \frac{\partial \theta}{\partial \alpha}, \quad (9)$$

в которые входят текущее значение интенсивности волны M (число Маха), площадь поперечного сечения канала между выбранными лучами $A(M)$ и угол наклона фронта волны θ к горизонту. Соотношения (9) преобразуются к системе дифференциальных уравнений относительно числа M и наклона θ в виде

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} + \frac{1}{A(M)} \frac{\partial M}{\partial \beta} = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \beta} - \frac{1}{M} \frac{\partial A}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \alpha} = 0. \quad (10)$$

Распространение ударной волны вдоль «канала», ограниченного двумя криволинейными лучами, связано с изменением числа Маха M (Сидняев и Гордеева, 2015), местной скорости звука a , давления p и отношения удельных теплоемкостей γ , при этом выполняется вариационное соотношение:

$$\frac{dA}{A} = PdM + Qda + Rdp + Sd\gamma. \quad (11)$$

Причем коэффициенты P, Q, R, S явно выражаются через параметры течения в виде

$$T = - \left\{ 1 + 2(M^2 - 1) [2\gamma M^2 - \gamma + 1]^{-\frac{1}{2}} [(\gamma - 1)M^2 + 2]^{\frac{1}{2}} \right\};$$

$$P = T \left\{ \frac{2M}{M^2 - 1} [(\gamma - 1)M^2 + 2]^{\frac{1}{2}} [2\gamma M^2 - (\gamma - 1)]^{-\frac{1}{2}} + \frac{M^2 + 1}{M(M^2 - 1)} \right\};$$

$$S = T \left\{ 1 - \frac{M^2}{2M^2(\gamma + 1)} \right\}; \quad Q = \frac{T}{a};$$

$$R = T [2\gamma M^2 - \gamma + 1]^{\frac{1}{2}} [(\gamma - 1)M^2 + 2]^{\frac{1}{2}} [2\gamma p(M^2 - 1)]^{-1}. \quad (12)$$

Из вариационного соотношения (9) и геометрических связей (7) следует характеристическое уравнение (10):

$$\left(\frac{\partial}{\partial \alpha} \pm C \frac{\partial}{\partial \beta} \right) \left(\theta \pm \int \frac{dM}{A(M)C(M)} \right) = \pm aAC \times$$

$$\times \left\{ Q \left(\cos \theta + \frac{\partial a}{\partial y} \sin \theta \right) + R \left(\frac{\partial p}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial p}{\partial y} \sin \theta \right) + S \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \gamma}{\partial y} \sin \theta \right) \right\} dt + M \left(\frac{\partial a}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial a}{\partial y} \cos \theta \right) dt,$$

где коэффициент

$$C = \left(-\frac{M}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial A}{\partial M} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Уравнение (12) справедливо вдоль характеристического направления $d\beta/d\alpha = \pm C$.

Криволинейные (α, β) и декартовы (x, y) координаты связаны соотношением:

$$dy = a M \sin \theta dt + A \cos \theta d\beta; \quad dx = aM \cos \theta dt - A \sin \theta d\beta, \quad (13)$$

причем скорость звука $a = \partial \alpha / \partial t$

Уравнения (10)–(11) решаются численно для заданных значений интенсивности па-

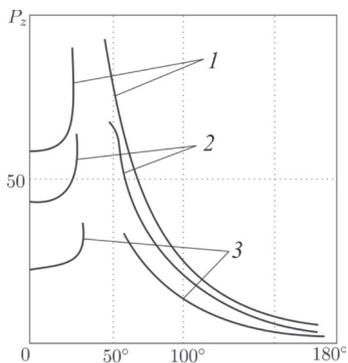


Рис. 8. Влияние веса заряда BB на пристеночный пик давления:

- 1 – $w = 10^9$ LB (фн); $M_i L = 1,861$;
- 2 – $w = 5,12 \times 10^8$ LB (фн); $M_i L = 1,694$;
- 3 – $w = 1,25 \cdot 10^9$ LB (фн); $M_i L = 1,422$

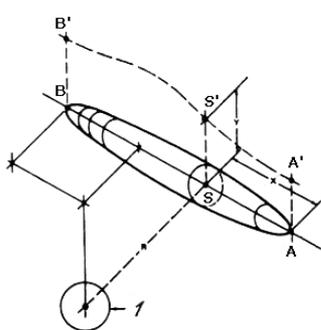


Рис. 9. Схема взаимного расположения точки взрыва и испытуемой погруженной модели:
1 – взрывная полость

дающей ударной волны M и радиуса цилиндра R . В области регулярной дифракции (на той части цилиндра, где скорость нарастания высоты препятствия превышает скорость фронта ударной волны) решение имеет вид плоского сегмента ударной волны, интенсивность которого определяется известными значениями давления перед и за фронтом волны. Область нерегулярной дифракции делится на две части: одна включает течение между твердой стенкой или поверхностью препятствия и линией тройных точек пересечения падающей и отраженной волны), вторая - невозмущенное течение под линией тройных точек.

На рис. 8 показано влияние интенсивности падающей ударной волны (которая определяется весом заряда) на распределение избыточного давления по поверхности цилиндра, максимум давления наблюдается в точке с угловой координатой $\varphi_{кр} \cong 33^\circ$, соответствующей пересечению линии тройных точек с поверхностью цилиндра. Влияние радиуса цилиндра показано на рис. 9 (Сидняев, 2013), изменение его размеров втрое не меняет углового распределения давления перед критической точкой и слабо меняет распределение по цилиндру за критической точкой.

В работе (Коул, 1950) экспериментально исследуются упругие колебания подкрепленной оболочки, возбуждаемой подводным взрывом, при различном положении исследуемой конструкции относительно свободной поверхности океана (см. рис. 9), в частности исследовано воздействие подводного взрыва на коробчатую конструкцию, имитирующую корпус корабля на поверхности океана, или цилиндрическую оболочку - аналог корпуса подводной лодки, размеры и расположение акселерометров, тензодатчиков внутренних напряжений конструкции и датчиков давления представлены в указанной работе.

Воздействие взрыва на конструкцию в точке с радиусом-вектором \vec{r} относительно центра взрыва определяется полем давления

$$P(\vec{r}, t) = \frac{\rho \dot{V}_0}{4\pi r} \delta\left(t - \frac{r}{\sigma}\right) + \rho \frac{1}{4\pi r} \dot{V}\left(t - \frac{r}{c}\right), \quad (14)$$

где $\delta\left(t - \frac{r}{c}\right)$ - производная функции Хэвисайда по времени (дельта-функция); \dot{V}_0

- начальная скорость объемного расширения; $V(\tau)$ - объем полости, содержащей продукты взрыва, в произвольный момент времени. Следует отметить, что избыточное давление взрыва характеризуется зависимостью объема полости от времени. В работе (Коул, 1950) представлена кинограмма пульсаций пузыря при взрыве заряда BB под днищем плавающей коробчатой модели. Максимальный объем газовой полости и период первой пульсации определяется весом заряда W и гидростатическим

давлением P_H , т.е

$$V_m = k_1 W / P_H, \quad T_B = k_2 W^{1/3} / P_H^{5/6} \quad (15)$$

Динамика модели определяется перемещением и деформацией ее корпуса, представленными в виде суперпозиции нормальных мод

$$y(x, t) = \sum_i q_i(t) \psi_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (16)$$

где $q_i(t)$ - ряд нормальных обобщенных координат, характеризующих зависимость i -й моды деформации от времени; $\psi_i(x)$ - амплитуда i -й моды деформации в точке с координатой x . Отметим, что ψ_0 и ψ_1 определяют вертикальное перемещение и вращение модели как твердого тела; ψ_i , $i \geq 2$ характеризуют изгибные собственные колебания конструкции.

Избыточное давление на поверхности модели представлено в виде ряда:

$$p(s, t) = p_0(s, t) + \sum_i p_i(s, t),$$

где $p_0(s, t)$ - распределение давления по корпусу модели в отсутствие упругих деформаций (абсолютно твердое тело); $p_i(s, t)$ - вклад давления, обусловленный движением корпуса при возбуждении i -й моды изгибных колебаний. Система уравнений движения упругой конструкции имеет вид

$$(M + L_{ij})(\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i) + \sum_{i \neq j} L_{ij} \ddot{q}_j = - \iint p_0 \psi_i \cos \beta d\delta, \quad (17)$$

где обобщенная сила L_{ij} определяется интегрированием избыточного давления $p_i(s, t)$; β - угол между нормалью к поверхности модели и вертикалью; ω_i - резонансная частота i -й моды. Обобщенная сила

$$L_{ij} = - \frac{1}{q_{ij}} \iint p_j(s, t) \psi_i(s) \cos \beta d\sigma. \quad (18)$$

Перекрестные члены типа L_{ij} в уравнении (17) малы или могут быть сведены к нулю определенным выбором мод деформации ψ_i , обобщенных координат q_i и частот ω_i . Правая часть уравнения (17) обусловлена расширением взрывного пузыря, т.е.

$$\iint p_0 \psi_i \cos \beta d\sigma = -\mu_i(\bar{r}) \dot{V}(t), \quad (19)$$

где μ_i - позиционный фактор, который может быть определен как экспериментально, так и решением краевой задачи с граничными условиями на поверхности модели. В случае, когда моды деформации модели в воде и воздухе близки, позиционный фактор

$$\mu_i(\bar{r}) = \int_0^l \left(pS + \frac{mL_i}{M} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R} \right) dx, \quad (20)$$

где $m(x)$ - погонная плотность конструкции; $S(x)$ - площадь поперечного сечения модели.

В процессе экспериментальных исследований динамики плавающей на поверхности модели корабля заряд ТНТ массой примерно 0,0012 кг помещался на фиксированной глубине под днищем конструкции. В работе (Сидняев и Гордеева, 2015) представлены материалы, иллюстрирующие изменение приведенной амплитуды второй моды q_2 (прогиба) при перемещении заряда вдоль киля модели от миделевого сечения к корме, амплитуда отнесена к ее значению при взрыве заряда под килем в миде-

левым сечении. Уменьшение амплитуда деформации $q_2(t)$ при изменении глубины объясняется уменьшением максимального объема взрывного пузыря V_m и объемной скорости расширения \dot{V} . Численное решение краевой задачи дает результаты, хорошо согласующиеся с данными эксперимента. В работе (Когарко и др., 1965) представлены данные о воздействии подводного взрыва на хрупкие горные породы. Экспериментально установлены соотношения между полной энергией взрыва E_w (в калориях) и энергией пульсирующей полости E_B , содержащей продукты взрыва в виде $E_w = 0,478E_B$, используя известные соотношения между периодом пульсаций взрывного пузыря T (в секундах) и $q_2(t)$ при различных глубинных погружениях модели (заряд весом 0,012 кг расположен на расстоянии 0,605 м от борта). Пунктирные линии показывают теоретические оценки, а стрелки соответствуют периоду колебаний пузыря и энергией взрыва E_w , получена эмпирическая формула для энергии взрывного пузыря в виде

$$E_B = \frac{1}{W} \left[5,5 T^3 (h + 2,31P)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} QB \right], \quad (21)$$

где W, B - вес заряда и детонатора (в фунтах); Q - удельная теплота сгорания детонатора; P - атмосферное давление; h - глубина погружения заряда. Установлено влияние энергии подводного взрыва E_w , на средний размер раздробленных фрагментов горной породы при фиксированных глубине и диаметре зарядного шурфа. Показано, что существует оптимальная энергия заряда, при которой дробление породы происходит наиболее эффективно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ исследований показывает, что форма и интенсивность вторичных импульсов сильно зависят от влияния силы тяжести и от степени близости к поверхности, дну или взрываемому объекту. Отмечено, что импульс, содержащийся в любом вторичном импульсе, не очень чувствителен к этим факторам. Импульс, заключенный в половине ширины равного пика давления, имеет тот же порядок величины, что и в соответствующей части ударной волны; однако, как и для ударной волны, этот импульс значительно меньше, чем импульс, заключенный в «хвостах», которые в случае вторичных импульсов растянуты в обоих направлениях во времени. Изложенная теория пренебрегает сжимаемостью воды и теми влияниями, которые могут нарушить симметрию движения. Сжимаемость воды важна вблизи минимумов сжатия, когда давление в пузыре очень велико. В течение этой фазы сжатие воды вблизи пузыря вызывает волну давления, которая распространяется в виде звукового импульса. Этот импульс, чтобы отличить его от начальной ударной волны, называется «вторичным импульсом», или «импульсом пузыря». Энергия, уносимая вторичным импульсом, обычно мала, но при исключительно симметричных условиях может быть сравнимой с полной энергией колебаний. Потеря энергии излучения и турбулентность приводят к тому, что последующее колебание имеет меньшую амплитуду, чем первое колебание. Энергия излучается также при каждом последовательном сжатии.

К нарушению сферической симметрии движения могут приводить многие причины. Наиболее важной из них, так как она присутствует всегда, является влияние тяжести. Пузырь, обладая плавучестью, стремится подниматься; скорость всплывания обычно невелика в период первого расширения пузыря, но когда пузырь вновь сжимается, скорость всплывания резко возрастает. Это может привести к тому, что большая часть энергии будет сохраняться в виде кинетической энергии воды в то время, когда радиус пузыря минимален; поскольку эта часть энергии не расходуется на сжатие

пузыря, минимальный радиус пузыря не будет настолько малым, каким он был бы при отсутствии силы тяжести, и вторичные импульсы давления будут слабее. Второе явление, сопровождающее быстрое всплывание пузыря, заключается в возникновении турбулентности при сжатии пузыря; эта турбулентность приводит к рассеянию энергии и, вероятно, является наиболее важным из факторов, приводящих к затуханию колебаний.

Отклонения от сферической симметрии могут порождаться, кроме силы тяжести, также и другими причинами, как, например, близостью к свободной поверхности воды или к дну. Влияние таких поверхностей становится заметным, когда расстояние от пузыря до поверхности составляет несколько максимальных радиусов пузыря. Период колебаний уменьшается при близости к свободной поверхности и увеличивается при близости к жесткой поверхности; свободная поверхность отталкивает пузырь, в то время как жесткая поверхность притягивает его. Это движение, которое становится очень быстрым в течение периодов сжатия, приводит к ослаблению последующих колебаний по той же причине, как и всплывание под влиянием силы тяжести. Если пренебречь силой тяжести, то асимметричное движение, вследствие близости к свободной или жесткой поверхности, подчиняется масштабному закону подобия, если расстояние от поверхности изменяется в том же отношении, что и остальные линейные величины. Однако влияние силы тяжести не подчиняется закону подобия. Сила тяжести влияет значительно при большем заряде и меньшем внешнем гидростатическом давлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галкин В.В., Гильманов Р.А., Дроговойко И.З. Взрывные работы под водой. М.: Недра, 1987.
2. Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Су-достоение, 1967.
3. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент, модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
4. Когарко С.М., Адушкин В.В., Лямин А.Г. Исследование сферической детонации газ-вых смесей // Науч.-техн. проблемы горения и взрыва. 1965. № 2. С. 22–34.
5. Коробейников В.П., Христофоров Б.Д. Подводный взрыв. Итоги науки и техники. Гид-ромеханика. Т. 9. М.: ВИНТИ, 1976. С. 54–119.
6. Коул Р. Подводные взрывы. М.: Издательство иностранной литературы, 1950.
7. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Влияние изменения энтропии на форму ударной адиабаты квазипоперечных упругих волн // Прикл. мат. и мех. 2003. № 1. Т. 67. С. 88–98.
8. Орленко Л.П. Физика взрыва и удара: Учебное пособие для вузов. М.: Физмалит, 2006.
9. Паркин В.Р., Гилмор Ф.Р., Брод Г.Л. Ударные волны в воде с пузырьками газа // Подводные и подземные взрывы. 1979. С. 152–258.
10. Подводные и подземные взрывы. Сборник статей: Пер. с англ / В.Н. Николаевский. М.: Мир, 1974.
11. Садовский М.А. Механическое действие воздушных ударных волн взрыва по данным экспериментальных исследований // Механическое действие взрыва. М.: ИДГ РАН, 1994. С. 7–102.
12. Сидняев Н.И. Гидродинамические особенности при подводном взрыве // Вопросы оборонной техники. Серия 16 «Технические средства противодействия терроризму». 2013. № 11–12. С. 70–79.

13. Сидняев Н.И. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника // Динамика возмущений в сплошных средах: 50 лет Научно-учебному комплексу «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана: сб. ст. Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана / Сост. Н.И. Сидняев. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. С. 179-200.
14. Сидняев Н.И., Гордеева Н.М. Исследование ударно-волновых и гидродинамических процессов при подводном взрыве // Вопросы оборонной техники. Серия 16 «Технические средства противодействия терроризму». 2015. № 11-12. С. 66-72.
15. Христофоров Б.Д. Параметры фронта ударной волны в воздухе при взрыве зарядов из тэна и азида свинца разной плотности // Механическое действие взрыва. М.: ИДГ РАН, 1994. С. 217–224.
16. Христофоров Б.Д. О подобии ударных волн при взрыве сферических зарядов в воде и в воздухе // Механическое действие взрыва. М.: ИДГ РАН, 1994. С. 259–263.
17. Яковлев Ю.С. Гидродинамика взрыва. Л.: Судпромгиз, 1961.
18. Ballhaus W.F., Holt M. Interaction between the ocean surface and underwater spherical blast waves // Phys. Fluids. 1974. V.17. № 6. P. 1068-1079.
19. Blake J.R., Gibson D.C. Growth and collapse of vapour cavity near a free surface // J. Fluid Mechanics. 1981. V. 111. P. 123-140.
20. Chahine G.L. Interaction between an oscillation bubble and a free surface. Trans. ASME // J. Fluid Engng. 1977. V. 99. № 4. P. 709-716.
21. Chapman R.P. Cavitation due to shock pulses reflected from sea-surfaces // JASA. 1969. V. 46. № 3. P. 789-794.
22. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses / Z.J. Song и др. // Applied Ocean Research. 2011. V. 33. P. 120–129.
23. Dubesset M., Lavergue M. Calcul de la cavitation due aux explosions sous-marines a faible profondeur // Acustica. 1968. V. 20. № 5. P. 289-298.
24. Falade A., Holt M. Surface waves generated by shallow underwater explosions // Phys. Fluids. 1978. V. 21. № 10. P. 1709-1716.
25. Gelfand B.E. Features and simulation of nonideal explosions. // Proc. of 3rd Seminar (Intern.) on Fire and Explosion Hazards / D. Bradley, D. Drysdale, G. Makhviladze (Eds). CRFES. Preston. UK: Univ. of Central Lancashire. 2001. P. 23–56.
26. Hall R.M., Holt M. Numerical solutions of the upper critical depth problem // AIAA Paper. 1975. № 52. P. 1-9.
27. Hosseini S.H.R., Nejad S.M., Takayama K. Study of underwater shock wave propagation in non-uniform media for medical applications // Shock Wave, Japan-2000: Proc. of the Symp. Bunkyo, Tokyo: Tokyo Univ, 2000. P. 617–620.
28. Jensen F.B. Shock excited pulsation of large air bubbles in water. Trans. ASME. J. Fluids Engng. 1974. V. 96. № 4. P. 389-393.
29. Numerical simulation of internal solitary wave - induced reverse flow and associated vortices in a shallow, two-layer fluid benthic boundary layer. O. Thiem и др. // Ocean Dynamics. 2011. Вып. 61. С. 857–872.